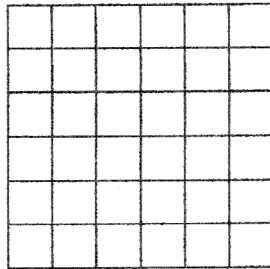


Prueba para 7° básico

1. Un cuadrado se divide en 36 casillas, como muestra la figura.



Antoine pinta dos filas y tres columnas del cuadrado. ¿Cuántos cuadrados quedan pintados?

- a) 12 b) 18 c) 24 d) 27 e) 30

Solución: C

Al pintar las dos filas se pintan $2 \cdot 6 = 12$ cuadrados, y al pintar las columnas se agregan $3 \cdot (6 - 2) = 12$ cuadrados más (pues en cada columna ya hay dos pintados). Quedan así $12 + 12 = 24$ cuadrados pintados.

2. Fernanda está diseñando una bandera, con franjas de tres colores: rojo, verde y azul. La primera franja es de color rojo, la segunda verde, la tercera azul. A partir de ahí, las franjas se empiezan a repetir: la cuarta es de color rojo, la quinta de color verde, la sexta de color azul, y así sucesivamente.

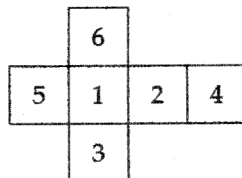
Al terminar, Fernanda se da cuenta que la última franja es verde, y que en total hay tres franjas de color azul. ¿Cuántas franjas hay en total?

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

Solución: C

Si denotamos por R, V, A los tres colores, la bandera debe ser RVARVARV para que la última sea verde y que haya tres azules. En total, hay 11 franjas en la bandera.

3. Jonathan tiene un dado especial, cuya red se muestra en la figura.



En cada uno de los vértices del dado, Jonathan calcula la suma de las tres caras que lo comparten. ¿Cuál de los siguientes valores no aparece como una de estas sumas?

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

a) 6

b) 9

c) 12

d) 14

e) 15

Solución: D

Las sumas son

$$1 + 5 + 6 = 12, \quad 1 + 5 + 3 = 9, \quad 1 + 3 + 2 = 6, \quad 1 + 2 + 6 = 9,$$

$$4 + 5 + 6 = 15, \quad 4 + 5 + 3 = 12, \quad 4 + 3 + 2 = 9, \quad 4 + 2 + 6 = 12.$$

Resulta así que 6, 9, 12, 15 aparecen como una de estas sumas, mientras que 14 no.

4. Matías desea planificar un viaje a lo largo de Chile. Para elegir su destino, primero anota en orden las regiones de la primera a la decimosexta junto a los números del 1 al 16. Luego, lanza dos dados, cada uno con los valores del 1 al 6, y anota la suma de los valores obtenidos. ¿Cuál de las siguientes alternativas contiene exactamente un número de región que no pudo ser sorteado por el proceso de lanzar dados?

a) 4, 6, 8

b) 12, 15, 16

c) 1, 13, 14

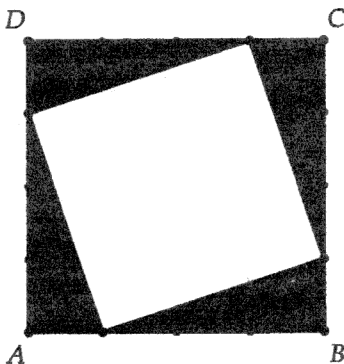
d) 2, 5, 16

e) 3, 4, 5

Solución: D

Como se lanzan dos dados, el menor número obtenible es 2, y el mayor 12, por lo cual la lista de regiones no obtenibles es 1, 13, 14, 15, 16, siendo todas las demás posibles.

5. Cada uno de los lados de un cuadrado se divide en cuatro partes del mismo largo. A partir de las cuatro marcas que se dejaron en cada uno de los lados, se construyen cuatro triángulos, como muestra la figura.

Si el lado del cuadrado $ABCD$ mide 16 cm, ¿cuál es el cociente entre el área de la región sombreada y el área del cuadrado interno?a) $\frac{4}{16}$ b) $\frac{5}{10}$ c) $\frac{6}{10}$ d) $\frac{10}{16}$ e) $\frac{6}{16}$ **Solución: C**Notemos que el cuadrado $ABCD$ tiene área $16^2 = 256 \text{ cm}^2$. En cambio, el área sombreada consiste en cuatro triángulos de catetos 4 cm y 12 cm, por lo que el área es

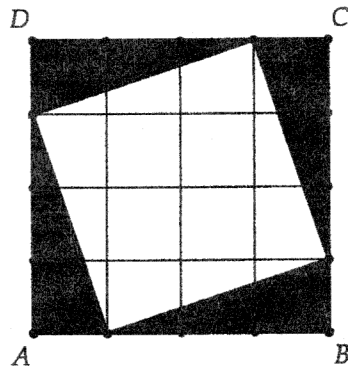
$$4 \cdot \left(\frac{4 \cdot 12}{2} \right) = 96 \text{ cm}^2.$$

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

Resulta así que el cuadrado interno tiene área $256 - 96 = 160 \text{ cm}^2$. El cociente pedido es

$$\frac{96}{160} = \frac{6}{10}$$

Solución alternativa. Dividamos la figura en 16 cuadrados de lado 4 cm, según muestra la figura.



Al juntar dos de los triángulos sombreados, obtenemos tres cuadrados de lado 4 cm. En total, el área sombreada es igual al área de 6 de esos cuadrados. Así, el cuadrado interior tiene área igual a $16 - 2 \cdot 3 = 10$ de dichos cuadrados, y con ello el cociente pedido es $6/10$.

6. Jonathan tiene anotados cinco números de menor a mayor: $4, x, y, z, 16$. Si la diferencia entre cualquier par de números consecutivos en la lista es la misma, ¿cuánto vale y ?

- a) 6 b) 7 c) 10 d) 13 e) 15

Solución: C

Llamemos d a la diferencia entre dos números consecutivos. Así el segundo número (x) es $4 + d$, el tercero (y) es $4 + 2d$, el cuarto (z) es $4 + 3d$, y el quinto es $4 + 4d = 16$. Resulta

$$4d = 12 \implies d = 3.$$

El tercer número es entonces $4 + 2 \cdot 3 = 10$.

Solución alternativa. Sea d la diferencia entre dos números consecutivos. Notemos que

$$\begin{aligned} (16 - z) + (z - y) + (y - x) + (x - 4) &= 4d \\ 16 - 4 &= 4d \\ d &= 3. \end{aligned}$$

Concluimos igual que antes.

Pregunta de desarrollo

José y Anita se encuentran estudiando. José comienza anotando una secuencia de números en la pizarra. A partir de ello, Anita anota la suma de los dos primeros, de los tres primeros, de los cuatro primeros, y así sucesivamente. Por ejemplo, si José anota

$$1 \quad 2 \quad 5 \quad 10 \quad 14 \quad \dots,$$

entonces Anita escribirá $1 + 2 = 3$, luego $1 + 2 + 5 = 8$, luego $1 + 2 + 5 + 10 = 18$, y así sucesivamente.

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

D1. José anota en pizarra lo siguiente: comienza con un 5, y luego repite el número 3

5 3 3 3

Al calcular las sumas, ¿Anita obtendrá 26? (2p)

Solución: ¡Sí!

Al sumar el 5 y siete veces el 3, Anita obtiene

$$5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 + 3 \cdot 7 = 26.$$

D2. José anota en pizarra lo siguiente: comienza con un 4, y luego repite el 2 y 5 alternadamente

4 2 5 2 5 ...

Al calcular las sumas, ¿Anita obtendrá 83? (3p)

Solución: ¡Sí!

Al sumar el 4, doce veces el 2, y once veces el 5, resulta

$$4 + (2 + 5) \cdot 11 + 2 = 4 + 77 + 2 = 83.$$

D3. José anota en pizarra lo siguiente: comienza con un 9, y luego repite el 5 y 1 alternadamente

9 5 1 5 1 ...

Al calcular las sumas, ¿Anita obtendrá 100? (3p)

Solución: ¡No!

Si suma el 9, quince veces el 5 y quince veces el 1, obtiene

$$9 + (5 + 1) \cdot 15 = 99.$$

Pero ahora el número siguiente que suma Anita es el 5, por lo que su suma total es $99 + 5 = 106$, que es mayor a 100.

Prueba para 8° básico

1. Fernanda tiene dos barriles, de 50 litros y 85 litros de capacidad respectivamente. Ella usa la manguera de su patio para llenar cada uno por separado. Al hacerlo, ella se da cuenta que el más grande se demoró 7 minutos más que el otro. ¿Cuánto se demoró en llenar el de 50 litros?

- a) 10 min b) 15 min c) 17 min d) 20 min e) 27 min

Solución: A

Los 7 minutos corresponden a llenar $85 - 50 = 35$ litros, por lo que la manguera de Fernanda entrega 5 litros por minuto. Así, necesita $50/5 = 10$ minutos para llenar el barril de 50 litros.

2. Jonathan tiene anotados cinco números de menor a mayor: 4, x , y , z , 16. Si la diferencia entre cualquier par de números consecutivos en la lista es la misma, ¿cuánto vale y ?

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

a) 6

b) 7

c) 10

d) 13

e) 15

Solución: C

Llamemos d a la diferencia entre dos números consecutivos. Así el segundo número (x) es $4 + d$, el tercero (y) es $4 + 2d$, el cuarto (z) es $4 + 3d$, y el quinto es $4 + 4d = 16$. Resulta

$$4d = 12 \implies d = 3.$$

El tercer número es entonces $4 + 2 \cdot 3 = 10$.

Solución alternativa. Sea d la diferencia entre dos números consecutivos. Notemos que

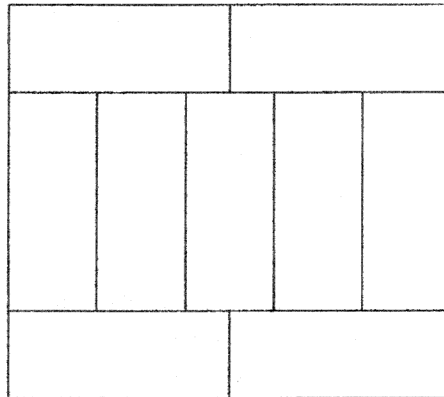
$$(16 - z) + (z - y) + (y - x) + (x - 4) = 4d$$

$$16 - 4 = 4d$$

$$d = 3.$$

Concluimos igual que antes.

3. El siguiente rectángulo está compuesto de siete rectángulos pequeños, idénticos entre sí. El lado mayor de los rectángulos pequeños mide 5 cm. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo mayor?



a) 14 cm

b) 30 cm

c) 34 cm

d) 38 cm

e) 54 cm

Solución: D

El lado horizontal del rectángulo mayor mide $5 + 5 = 10$ cm. Este lado es también igual a cinco veces la medida del lado menor de los rectángulos pequeños, por lo que dicho lado mide $10/5 = 2$ cm.

Con ello, el lado vertical del rectángulo mayor mide $2 + 5 + 2 = 9$ cm, y así el perímetro total mide $2(10 + 9) = 38$ cm.

4. Francisca tiene 30 tarjetas, de las cuales 24 son azules y las otras 6 son rojas. Cada tarjeta puede tener una estrella o un círculo dibujado. Si Francisca sabe que hay 18 estrellas y 12 círculos entre todas las tarjetas, ¿cuál de las siguientes opciones **no** puede ser la cantidad de tarjetas azules con estrella?

a) 10

b) 12

c) 14

d) 16

e) 18

Solución: A

Justifique us respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

Registraremos la información en la siguiente tabla, donde hemos anotado en cada fila y en cada columna la suma de los valores respectivos.

	★	○	
Azules			24
Rojas			6
	18	12	

Si hubiese 10 tarjetas azules con estrella, las 14 tarjetas azules restantes han de tener un círculo. Sin embargo, hay solo 12 círculos entre todas las tarjetas, así que esta opción no es posible.

Solución alternativa. Si hubiese 10 tarjetas azules con estrella, habría 8 tarjetas rojas con estrella. Esto no es posible, pues hay solo 6 tarjetas rojas.

5. En una caja hay tornillos y tuercas, 65 entre ambos. Para hacer un mueble se utilizan la mitad de los tornillos y un tercio de las tuercas de las que había en la caja. Si se utiliza la misma cantidad de tornillos y tuercas, ¿cuántas tuercas quedan en la caja?

- a) 13 b) 26 c) 39 d) 52 e) 65

Solución: B

Si llamamos a a la cantidad de tornillos utilizados, en la caja había $2a$ tornillos y $3a$ tuercas. Resulta así que $2a + 3a = 65$, de donde $a = 13$. Con ello, en la caja quedan $3a - a = 26$ tuercas.

6. Maura y Benjamín están jugando el siguiente juego con un dado de 6 caras. Cada uno comienza con cero puntos. En cada turno, lanza el dado quien tenga el menor puntaje de los dos, o bien el más joven si tienen el mismo puntaje. El valor obtenido al lanzar el dado se añade al puntaje del jugador que lanzó el dado. Gana la primera persona en obtener un puntaje mayor o igual a 100 mediante este proceso.

Si Maura ganó, ¿cuál de los siguientes puntajes pudo ser el puntaje de Benjamín al momento de que Maura ganó?

- a) 98 b) 100 c) 91 d) 90 e) 50

Solución: A

Como solo puede lanzar el con menor puntaje, si Benjamín hubiera tenido menos de 94 puntos, Maura tendría menos que él antes del último lanzamiento y no podría sumar 100 (ya que el mayor número en el dado es 6), como el único valor mayor que 94 y distinto de 100 es 98 esa es la alternativa correcta

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

Pregunta de desarrollo

Jonathan está escribiendo números en la pizarra. Él calcula la diferencia positiva entre el primer y el segundo dígito, entre el segundo y el tercero, entre el tercero y el cuarto, y así sucesivamente. Luego, Jonathan suma todas esas diferencias y anota el resultado.

Por ejemplo, si Jonathan comienza con el número 342, la primera diferencia es 1, y la segunda diferencia es 2. Con ello, Jonathan anota $1 + 2 = 3$ en la pizarra. En cambio, si Jonathan comienza con 4522, él anota 4 en la pizarra.

D1. ¿Qué número anota Jonathan si comienza con 51928? (2p)

Solución: 25

Jonathan anota $4 + 8 + 7 + 6 = 25$.

D2. Jonathan tiene escrito en pizarra $2 \bullet 5$, con el segundo dígito oculto por el punto. Si el resultado obtenido por Jonathan es 9, ¿cuál es el número oculto? (3p)

Solución: 8

Probemos todas las combinaciones.

•		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Suma		7	5	3	3	3	3	5	7	9	11

Resulta así que • debe ser un 8.

D3. Jonathan tiene escrito $3 \bullet 4$, donde el número central está cubierto. ¿Puede Jonathan haber escrito 8 en la pizarra? (3p)

Solución: ¡No!

Hagamos todos los casos

•		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Suma		7	5	3	1	1	3	5	7	9	11

Como se observa, en ningún caso se obtiene suma 8.

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.