

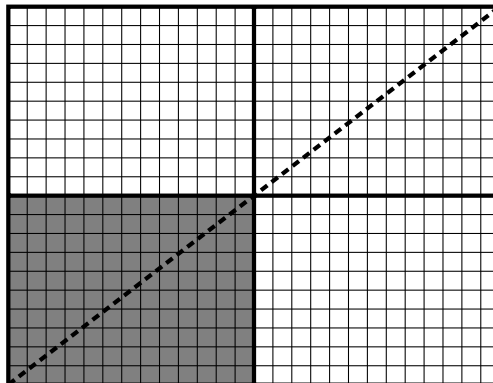


Nivel Menor (Soluciones)

Primera fecha
26 de septiembre 2026

Problema 1. Para su cumpleaños, Juan compró un pastel rectangular de $20\text{ cm} \times 26\text{ cm}$. Como no comía mucho dulce, convenientemente lo dividió en $20 \cdot 26 = 520$ trocitos de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$. A su vez, Juan también es muy olvidadizo, por lo que no recordó que iba a celebrar su cumpleaños junto a Edgardo, quien prefiere los pasteles triangulares. Como Juan no puede mandar a hacer otra torta, decide cortar el pastel por la diagonal para salvarse de este apuro. ¿Cuántos trocitos de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ resultaron cortados por haber hecho esta diagonal?

Solución. Notemos que el corte pasa por el centro del pastel, por lo que podemos resolver este problema mirando cada rectángulo de $10\text{ cm} \times 13\text{ cm}$.



Veamos que en cada rectángulo de $10\text{ cm} \times 13\text{ cm}$ que fue cortado, la diagonal corta cada uno de los 9 cortes verticales y cada uno de los 12 cortes horizontales. Como hay un trozo de pastel entre dos cortes o un corte y el exterior, tenemos que hay $9 + 12 + 1 = 22$ trocitos cortados. Por lo tanto, se cortaron 44 trocitos.

■

Problema 2. Cuando se suma un número de cuatro cifras con su sucesor se puede o no formar una reserva en los cálculos. Por ejemplo, $2026 + 2027$ forma reserva, ya que $6 + 7 = 13$, y da como resultado 4053, mientras que $1000 + 1001$ no tiene reserva y da como resultado 2001. ¿Cuántos números de cuatro cifras cumplen que al sumarle su sucesor se forma una reserva?

Solución. Revisemos dígito a dígito. Si el número termina en 5, 6, 7 u 8, su sucesor terminará en 6, 7, 8 o 9, y entonces formará una reserva para la decena. De este modo, tenemos $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4 = 3600$ números.

De los $9000 - 3600 = 5400$ números que nos quedan, revisemos la decena: si esta es mayor a 5, su sucesor será igual y por ende formará reserva, por ende, la mitad de estos números formará reserva (pues de los

10 posibles cifras, nos sirven la mitad, del 5 hacia arriba). Por tanto añadimos $5400/2 = 2700$ números a la cuenta.

De igual manera, miremos la centena de los números restantes, si esta es mayor a 5, sucede lo mismo que antes. Así, la mitad de estos números nos sirven; $2700/2 = 1350$ números.

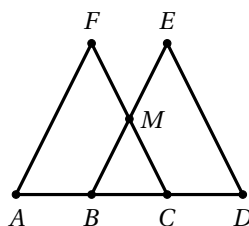
Por último, para las unidades de mil, tenemos $5/9$ de los restantes, pues nos interesa el caso en que sea un 5, un 6, un 7, un 8 o un 9, y no un 1, un 2, un 3 ni un 4. Así, añadimos $1350 \cdot 5/9 = 750$.

Por lo tanto, tenemos en total $3600 + 2700 + 1350 + 750 = 8400$.

Solución alternativa. Contaremos los números que no forman reserva. Para ello es necesario que la unidad sea 1, 2, 3, 4, 9 o 0; la decena esté entre 0 y 4; la centena también; y por último que la unidad de mil esté entre 1 y 4. Así, tenemos $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 600$ números, por lo que tenemos $9000 - 600 = 8400$ números con reserva en su suma.

■

Problema 3. Sea ACF y BDE dos triángulos tal que B y C pertenecen a AD . Sea M punto medio de $\overline{BE}$ y de $\overline{CF}$. Además se sabe $AF = DE$ y $AC = BD$. Pruebe que $BF \perp AD$.



Solución. Notemos que $BCEF$ es un paralelogramo, ya que sus diagonales se dimidian. En efecto, por criterio LAL se tiene que $\triangle BCM \cong \triangle EFM$. Análogamente $\triangle CEM \cong \triangle FBM$. En particular, $BF = CE$.

Ahora, dado que $AC = BD$, tenemos entonces que $AB = CD$.

Por último, tenemos por enunciado que $AF = ED$; de este modo tenemos que $\triangle BFA \cong \triangle CED$ por criterio LLL.

Para concluir, tenemos que $\angle FBA = \angle DCE = \angle CBF$, pero a su vez tenemos que $180^\circ = \angle FBA + \angle CBF = 2\angle FBA$, por lo que $\angle FBA = 90^\circ$ que era lo que estábamos buscando.

■