

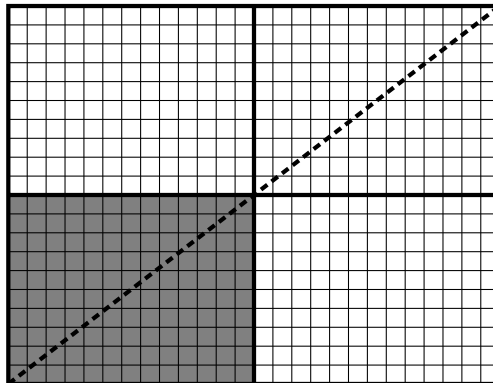


Nivel Menor (Soluciones)

Primera fecha
26 de septiembre 2026

Problema 1. Para su cumpleaños, Juan compró un pastel rectangular de $20\text{ cm} \times 26\text{ cm}$. Como no comía mucho dulce, convenientemente lo dividió en $20 \cdot 26 = 520$ trocitos de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$. A su vez, Juan también es muy olvidadizo, por lo que no recordó que iba a celebrar su cumpleaños junto a Edgardo, quien prefiere los pasteles triangulares. Como Juan no puede mandar a hacer otra torta, decide cortar el pastel por la diagonal para salvarse de este apuro. ¿Cuántos trocitos de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ resultaron cortados por haber hecho esta diagonal?

Solución. Notemos que el corte pasa por el centro del pastel, por lo que podemos resolver este problema mirando cada rectángulo de $10\text{ cm} \times 13\text{ cm}$.



Veamos que en cada rectángulo de $10\text{ cm} \times 13\text{ cm}$ que fue cortado, la diagonal corta cada uno de los 9 cortes verticales y cada uno de los 12 cortes horizontales. Como hay un trozo de pastel entre dos cortes o un corte y el exterior, tenemos que hay $9 + 12 + 1 = 22$ trocitos cortados. Por lo tanto, se cortaron 44 trocitos.

■

Problema 2. Cuando se suma un número de cuatro cifras con su sucesor se puede o no formar una reserva en los cálculos. Por ejemplo, $2026 + 2027$ forma reserva, ya que $6 + 7 = 13$, y da como resultado 4053, mientras que $1000 + 1001$ no tiene reserva y da como resultado 2001. ¿Cuántos números de cuatro cifras cumplen que al sumarle su sucesor se forma una reserva?

Solución. Contaremos los números que no forman reserva. Para ello es necesario que la unidad sea 0, 1, 2, 3, 4, 9 o 0. Para que no forme reserva en la decena, esta debe estar entre 0 y 4. La centena también. Por último que la unidad de mil esté entre 1 y 4. Así, tenemos $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 600$ números. En este conteo.

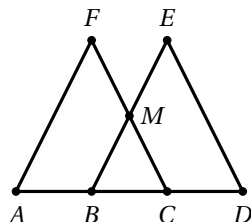
¡Cuidado! También tenemos 25 números que tampoco generan reserva y que aun no contamos. Si la unidad es 9, entonces la decena también puede ser 9, por lo que hay $4 \cdot 5 = 20$ números de este tipo. Si las últimas

dos cifras son 99, entonces tenemos 4 números más. Por último, si los tres últimos dígitos son 999, entonces la unidad de mil puede ser 9.

Finalmente, tenemos $9000 - 625 = 8375$ números que sí forman reserva.

■

Problema 3. Sea ACF y BDE dos triángulos tal que B y C pertenecen a AD . Sea M punto medio de $\overline{BE}$ y de $\overline{CF}$. Además se sabe $AF = DE$ y $AC = BD$. Pruebe que $BF \perp AD$.



Solución. Notemos que $BCEF$ es un paralelogramo, ya que sus diagonales se dimidian. En efecto, por criterio LAL se tiene que $\triangle BCM \cong \triangle EFM$. Análogamente $\triangle CEM \cong \triangle FBM$. En particular, $BF = CE$.

Ahora, dado que $AC = BD$, tenemos entonces que $AB = CD$.

Por último, tenemos por enunciado que $AF = ED$; de este modo tenemos que $\triangle BFA \cong \triangle CED$ por criterio LLL.

Para concluir, tenemos que $\angle FBA = \angle DCE = \angle CBF$, pero a su vez tenemos que $180^\circ = \angle FBA + \angle CBF = 2\angle FBA$, por lo que $\angle FBA = 90^\circ$ que era lo que estábamos buscando.

■