



Nivel Menor (Soluciones)

Segunda fecha
30 de noviembre de 2024

La cisterna

Problema 1. *Cristóbal tiene un puesto de completos. En la mañana preparó varios encargos que algunos clientes pasarán a retirar a primera hora. los encargos ordenados por cantidad tienen 3, 6, 8, 10, 13, 15, 16 y 18 completos respectivamente. Luego de que el primer cliente se llevó su pedido, Cristóbal se dio cuenta que entre todos los que quedaban había exactamente el doble de completos con palta que completos sin palta. ¿Cuántos completos se llevó el primer cliente?*

Solución. Antes de que llegara el cliente había un total de $3 + 6 + 8 + 10 + 13 + 15 + 16 + 18 = 89$ completos. Luego de que el cliente fuera a buscar el encargo quedaron el doble de completos con palta que sin palta, es decir, en total había el triple de la cantidad de completos sin palta, en particular, la cantidad de completos es divisible por 3. Como 89 tiene resto 2 al dividir por 3, el único encargo que al sacarse deja un múltiplo de 3 de completos es el de 8 completos. ■

Problema 2. *Hay cuatro personas, menores de 18, que cumplen que el producto de sus edades es 882. ¿Cuál es la suma de todas sus edades?*

Solución. Notemos que $882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$. Luego, como cualquier múltiplo de 49 es mayor que 18, tenemos que al menos dos personas deben tener como edades múltiplos de 7 para que esos dos 7's sean factores de 882. Así, dos de las edades deben ser 7 y 14, pues son los únicos múltiplos de 7 que son menores a 18.

Por último, quedan por usar los factores de 3^2 en el total, con lo cuál las únicas opciones para las dos personas a las cuales aún no les conocemos las edades son 3 y 3, lo cuál no nos sirve pues deben ser edades distintas, y 1 y 9 años, la cuál debe ser la opción correcta al ser la única posible.

Por lo tanto, la suma de las edades es $1 + 7 + 9 + 14 = 31$. ■

Problema 3. *1024 matemáticos se sientan en una mesa redonda, las sillas están enumeradas de la 1 a la 2024 en orden. El que está en la silla número 1 piensa en si debería irse o no, pero decide quedarse por ahora, luego el siguiente que esté en una silla ocupada (en este caso es el que está en la silla número 2) piensa en si debería irse o no, él sí decide irse, el siguiente se queda, el siguiente se va y así continúan alternándose las decisiones de quedarse o irse (si llegan al final de la mesa sigue el primero que esté sentado aún) hasta que quede sólo 1. ¿Qué número de silla tiene el que se quedó al final?*

Solución. En la primera vuelta se van todos los que tienen una silla con un número par, quedando 512 matemáticos sentados. Luego le toca nuevamente al primero quien se queda, así que desde el punto de vista del primero el juego empieza de nuevo con la mitad de los jugadores. Luego de la segunda vuelta se va la mitad quedando 256 matemáticos y una vez más le toca al primero que se queda, así que el juego empieza otra vez con la mitad, esto se sigue repitiendo, luego de la tercera vuelta quedan 128, luego de la cuarta vuelta quedan 64, luego 32, luego 16, luego 8, luego 4, luego 2. Como todos estos números son pares, siempre el último se va y le toca al primero que se queda, finalmente se va el segundo dejando sólo al de la silla número 1. ■