



Nivel Menor (Soluciones)

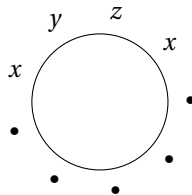
Segunda fecha
23 de noviembre de 2024

Problema 1. Tomás es un gran aficionado a jugar dominó, un día jugueteando con las fichas se dio cuenta que podía jugarlas todas siguiendo las reglas, es decir, construyó una fila con todas las fichas de modo tal que el número de la derecha de cada ficha es igual al número de la izquierda de la ficha siguiente. Si el número de la izquierda de la primera ficha es un 5. ¿Cuál es el número de la derecha de la última ficha?

Solución. Notemos que cada número aparece exactamente 8 veces entre todas las fichas, a saber, emparejado con cada número entre el 0 y el 6, además de una copia extra por la ficha que tiene dos copias del número. Cada jugada legal usa dos números iguales, por lo que al terminar la fila todos los números, salvo el de la izquierda de la primera ficha y el de la derecha de la última ficha han sido usados una cantidad par de veces, si estos dos números son diferentes, entonces el 5 fue usado 7 veces en el interior de la fila, lo cual no es posible. Con esto concluimos que el número de la derecha de la última ficha es 5. ■

Problema 2. Se quieren ubicar al rededor de una circunferencia los nueve dígitos del 1 al 9, de manera que al sacarle el promedio a 3 dígitos consecutivos en la circunferencia, este sea un múltiplo de 3. ¿Es esto posible de hacer? justifique.

Solución. No, no es posible. Notemos que, para que el promedio de 3 consecutivos dé un múltiplo de 3, entonces la suma de los tres números debe dar un múltiplo de 9. Por último, una pareja de dígitos consecutivos requiere de un único dígito para hacer que la suma sea un múltiplo de 9, pues la distancia entre los dígitos disponibles es menor a 9, pero entonces este dígito debería ser el mismo a ambos lados, lo que no es posible. ■



Problema 3. Una caja contiene 900 tarjetas numeradas del 100 al 999. Se sacan tarjetas al azar (una a una sin repetición) y se anota la suma de sus dígitos ¿Cuál es la menor cantidad de tarjetas que se deben sacar, para asegurar que al menos 3 de esas sumas sean iguales?

Solución. Hay 27 sumas distintas (1 al 27. Las sumas 1 y 27 se obtienen de una sola manera. (100 y 999))

Si saco 27 tarjetas, el peor caso es que sean sumas todas distintas.

Si luego saco 25 tarjetas, el peor caso es que se obtengan 25 sumas repetidas. Llevo 52 tarjetas.

Entonces, al sacar la tarjeta 53, tendré al menos 3 tarjetas con la misma suma.

