

Prueba para 7° básico

1. Elizabeth juega con un dado de seis caras, lanzándolo hasta que le aparezca un valor repetido. ¿Cuál es la menor y mayor cantidad de veces que lo puede lanzar en este escenario, respectivamente?

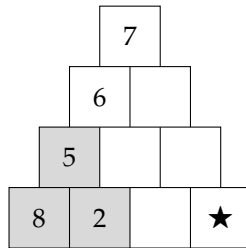
- a) 2 y 6 b) 1 y 12 c) 1 y 7 d) 6 y 2 e) 2 y 7

Solución: E

En primer lugar, notemos que Elizabeth debe lanzar el dado al menos 2 veces. En efecto, necesita que sea al menos 2 para que pueda repetirse, y este valor claramente se alcanza (por ejemplo, si sale el 1 dos veces seguidas).

La mayor cantidad de veces que puede lanzarlos es 7: con 6 lanzamientos, es posible que sean todos distintos, y con 7 alguno debe repetirse.

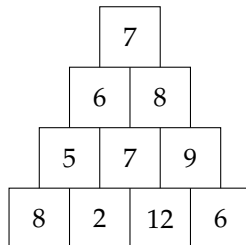
2. La pirámide de abajo se rellena con números naturales con la siguiente regla: el número en una casilla que está sobre otras dos es la mitad de la suma de los números de las dos casillas que están bajo ella. Por ejemplo, en las casillas sombreadas tenemos que 5 es igual a $(8 + 2) : 2$. ¿Qué número va en la casilla marcada por ★?



- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 12

Solución: A

En la segunda fila, si llamamos x al número bajo el 7, entonces $7 = \frac{x+6}{2} \implies x = 8$. Bajo el 6, el número ha de ser 7 y bajo el 8 hay un 9. Bajo el 7 de la tercera fila va un 12 y finalmente en la casilla ★ va un 6.



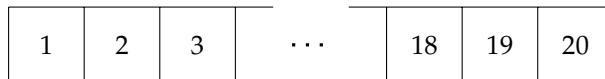
3. Rafael Alejandro tiene \$4.655 en monedas de \$500, \$100, \$50, \$10 y \$5. Si tiene la misma cantidad de monedas de cada valor, ¿cuántas monedas tiene en total?

a) 7 b) 8 c) 24 d) 35 e) 40

Solución: D

Sabemos que $\$500 + \$100 + \$50 + \$10 + \$5 = \665 . Luego, por tanteo, llegamos a que $7 \cdot \$665 = \4.655 . Resulta así que Rafael Alejandro tiene $7 \cdot 5 = 35$ monedas.

4. La profesora Stephanie pidió a sus estudiantes que pintaran 15 cuadrados consecutivos de la faja compuesta por 20 cuadrados que se muestra a continuación.



La profesora sabe que hay algunos cuadrados que serán pintados siempre, cualquiera sean los cuadrados consecutivos que pinten. ¿Cuántos son estos cuadrados?

a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

Solución: B

Notemos que para que un número pueda no estar pintado, este debe estar a distancia mayor a 15 de uno de los dos extremos de la faja, luego, son los números 1, 2, 3, 4 y 5 que están a distancia mayor a 15 del extremo derecho, y son 16, 17, 18, 19 y 20 los que están a distancia mayor a 15 del extremo izquierdo. Finalmente son 10 los números restantes los que no podrán evitar pintarse, a saber, los números del 6 al 15.

Solución alternativa. Los estudiantes de la profesora Stephanie pueden pintar de seis maneras la cinta: 1–15, 2–16, 3–17, 4–18, 5–19 y 6–20. Con ello, siempre quedan pintados los cuadrados 6–15, diez en total.

5. Los trillizos Hugo, Paco y Luis rindieron una prueba de elección múltiple. Las respuestas que dieron, respectivamente, fueron las siguientes.

	Hugo	Paco	Luis																																																																																																												
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>1</th><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>2</th><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>3</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>4</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>5</th><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	1	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>1</th><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>2</th><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>3</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td></tr> <tr><th>4</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>5</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>1</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>2</th><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>3</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>4</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> <tr><th>5</th><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input checked="" type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	A	B	C	D	E																																																																																																										
1	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
5	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
	A	B	C	D	E																																																																																																										
1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
2	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>																																																																																																										
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
	A	B	C	D	E																																																																																																										
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																																																																										

Hugo tuvo cuatro respuestas correctas, Paco tuvo una respuesta correcta y Luis tuvo tres respuestas correctas. ¿Qué pregunta respondió correctamente Paco?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Solución: E

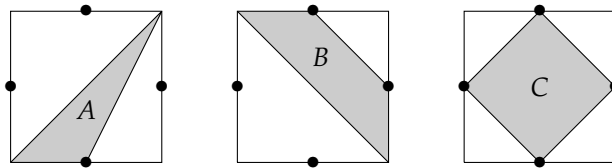
Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

Si comparamos las respuestas de Hugo y Paco, notamos que no tienen ninguna respuesta en común. Como entre ambos suman cinco respuestas correctas distintas, sabemos que todas las respuestas correctas de la prueba están entre las respuestas de Hugo y Paco. Ahora, por lo anterior, sabemos que las respuestas de Luis en las preguntas 1 y 3 son incorrectas al no estar en las hojas de Hugo y Paco. Finalmente, entre las tres respuestas correctas de Luis, solo la 5 la tiene en común con Paco.

Solución alternativa. Desde la conclusión de que Hugo y Paco no tienen ninguna respuesta en común, podemos seguir el razonamiento que viene a continuación con cada una de las preguntas 1, 2, 3 y 4. Si, por ejemplo, la respuesta de Paco en la pregunta 1 estuviera buena, Hugo tendría en particular esa respuesta mala, pero el resto buenas, y Luis tendría mala esa, pero entonces en consecuencia, al comparar con las buenas de Hugo, Luis tendría solo 2 respuestas correctas, no alcanzando la cantidad descrita en el enunciado. Por último, revisando que Paco tiene buena su respuesta en la pregunta 5, tenemos un escenario posible, donde además Hugo tendría buenas sus respuestas en las preguntas 1, 2, 3 y 4, y Luis en las preguntas 2, 4 y 5.

6. Se tienen tres cuadrados de cartulina, cada uno de lado 4 cm. En ellos, se han marcado los puntos medios de sus lados y se han sombreado ciertas áreas (mostradas a continuación), cuyos valores son A , B y C . ¿Cuál de las siguientes opciones es cierta?

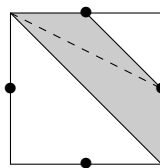
- a) $A = B < C$ b) $A < B < C$ c) $A < C < B$ d) $A < B = C$ e) $A = B = C$



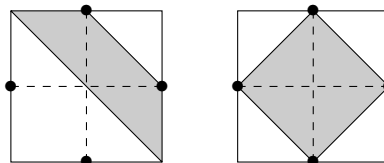
Solución: B

En primer lugar, notemos que cada cartulina tiene área $4^2 = 16 \text{ cm}^2$. El área de A corresponde a $1/4$ del área total, y así tiene área $\frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \text{ cm}^2$. Por otro lado, B tiene $\frac{3}{8}$ del total, y con ello su área es $\frac{3}{8} \cdot 16 = 6 \text{ cm}^2$. Por último, el área de C es $\frac{1}{2}$ del total, esto es, $\frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ cm}^2$. Resulta con ello $A < B < C$.

Solución alternativa. En primer lugar, notemos que $A < B$, pues B contiene una figura congruente a A .



Por otro lado, dividiendo las cartulinas de B y C podemos notar que $B < C$, pues B consiste en tres triángulos pequeños, mientras que C tiene cuatro.

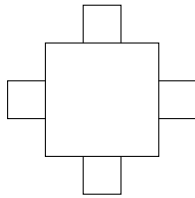


Obtenemos así que $A < B < C$, como antes.

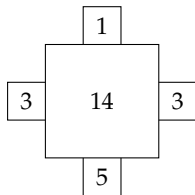
Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

Pregunta de desarrollo

En una hoja de papel está dibujada la siguiente figura.



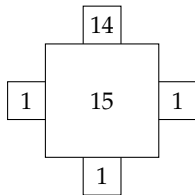
En cada uno de los cuadrados pequeños se escribe un número. Posteriormente, se multiplican los números de los dos cuadrados en vertical, los de los cuadrados en horizontal, y se anota la suma de esos dos resultados en el cuadrado central. Una manera válida de llenarlo es la siguiente.



En efecto, el producto de los dos cuadrados en vertical es $1 \cdot 5 = 5$, el de los cuadrados en horizontal $3 \cdot 3 = 9$, y su suma $5 + 9 = 14$.

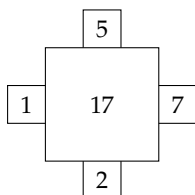
D1. Encuentre una manera de obtener 15 como suma central. (1p)

Solución. Una opción es la siguiente.



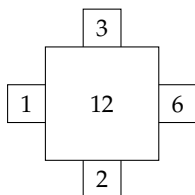
D2. Encuentre una manera de obtener 17 como suma central, usando un 7 en alguno de los cuadrados exteriores (2p)

Solución. Una opción es la siguiente.



D3. Encuentre una manera de obtener 12 como suma central, y que todos los números sean distintos. (2p)

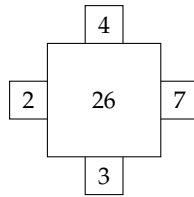
Solución. Una opción es la siguiente.



Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

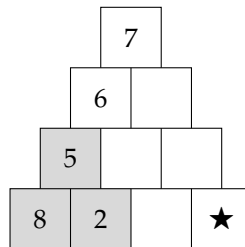
D4. Encuentre una manera de obtener 26 como suma central, y que todos los números sean distintos y mayores a 1. (3p)

Solución. Una opción es la siguiente.



Prueba para 8° básico

1. La pirámide de abajo se rellena con números naturales con la siguiente regla: el número en una casilla que está sobre otras dos es la mitad de la suma de los números de las dos casillas que están bajo ella. Por ejemplo, en las casillas sombreadas tenemos que 5 es igual a $(8 + 2) : 2$. ¿Qué número va en la casilla marcada por ★?



a) 6

b) 7

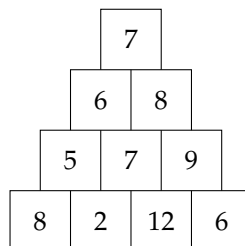
c) 8

d) 9

e) 12

Solución: A

En la segunda fila, si llamamos x al número bajo el 7, entonces $7 = \frac{x+6}{2} \implies x = 8$. Bajo el 6, el número ha de ser 7 y bajo el 8 hay un 9. Bajo el 7 de la tercera fila va un 12 y finalmente en la casilla ★ va un 6.



2. Una tienda vende jugos y golosinas. Cada jugo cuesta \$700 y cada golosina cuesta \$500. La tienda tiene la siguiente oferta: dos jugos y una golosina cuestan \$1.500. Si Daniela quiere comprar 13 jugos y 7 golosinas usando la oferta lo más posible, ¿cuánto tiene que pagar por todo?

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

- a) \$3.500 b) \$9.000 c) \$9.100 d) \$10.200 e) \$12.600

Solución: D

Daniela alcanza a usar la oferta seis veces, comprando 12 jugos y 6 golosinas por $6 \cdot \$1.500 = \9.000 . Luego, debe comprar el jugo y la golosina restante por $\$700 + \$500 = \$1.200$. En total, Daniela gasta $\$9.000 + \$1.200 = \$10.200$.

3. La edad de Florencia y la de su hermano suman 25 años. Hace cinco años, el hermano de Florencia tenía la mitad de la edad de Florencia. ¿Qué edad tiene Florencia actualmente?

- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

Solución: C

Hace cinco años, la edad de Florencia y de su hermano sumaban $25 - 2 \cdot 5 = 15$ años. De este modo, hace cinco años Florencia tenía 10 años y su hermano 5. Con ello, Florencia tiene $10 + 5 = 15$ años.

Solución alternativa. Sea F la edad actual de Florencia y H la edad actual de su hermano. Sabemos que hoy $H + F = 25$.

Por otro lado, hace cinco años Florencia tenía el doble de edad que su hermano, lo que se representa con la ecuación $2(H - 5) = F - 5$, la cual es equivalente a $2H = F + 5$.

De este modo, al sumar ambas ecuaciones obtenemos $3H + F = F + 30$, o $H = 10$. Así $F = 25 - 10 = 15$, es decir, Florencia actualmente tiene 15 años.

4. Luis tiene 20 dulces que quiere repartir entre sus amigos. Quiere entregarle al menos un dulce a cada uno y quiere que cada uno tenga una cantidad distinta. ¿Cuál es la mayor cantidad de amigos a las que puede darle dulces?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 10

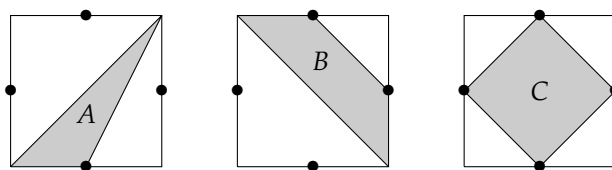
Solución: B

Si Luis quiere darle cantidades distintas de dulces a cada amigo, puede entregarle uno a su primer amigo, dos al segundo, tres al tercero y así. Como $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ y $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, puede hacer lo anterior con a lo más cinco amigos.

Notar además que no puede incluir a un sexto amigo: si quisiera hacerlo, necesariamente al menos dos de ellos van a tener la misma cantidad de dulces. Así, la máxima cantidad de amigos a los que puede repartirle dulces es cinco.

5. Se tienen tres cuadrados de cartulina, cada uno de lado 4 cm. En ellos, se han marcado los puntos medios de sus lados y se han sombreado ciertas áreas (mostradas a continuación), cuyos valores son A , B y C . ¿Cuál de las siguientes opciones es cierta?

- a) $A = B < C$ b) $A < B < C$ c) $A < C < B$ d) $A < B = C$ e) $A = B = C$

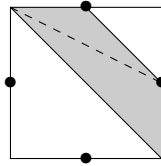


Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

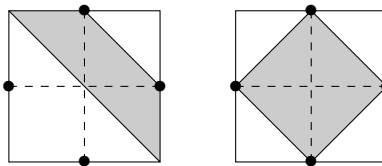
Solución: B

En primer lugar, notemos que cada cartulina tiene área $4^2 = 16 \text{ cm}^2$. El área de A corresponde a $1/4$ del área total, y así tiene área $\frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \text{ cm}^2$. Por otro lado, B tiene $\frac{3}{8}$ del total, y con ello su área es $\frac{3}{8} \cdot 16 = 6 \text{ cm}^2$. Por último, el área de C es $\frac{1}{2}$ del total, esto es, $\frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ cm}^2$. Resulta con ello $A < B < C$.

Solución alternativa. En primer lugar, notemos que $A < B$, pues B contiene una figura congruente a A .



Por otro lado, dividiendo las cartulinas de B y C podemos notar que $B < C$, pues B consiste en tres triángulos pequeños, mientras que C tiene cuatro.



Obtenemos así que $A < B < C$, como antes.

6. Se le preguntó al profesor Rafael que pensara en 3 números diferentes. Luego, se le pidió que sacara uno y que nos anotase la suma de los otros dos restantes. Repitió este proceso para cada uno de sus números y quedaron anotados 66, 72 y 78. Si se ordenan los números que el profesor pensó, de menor a mayor ¿Cuál es el número del medio?
- a) 36 b) 24 c) 33 d) 42 e) 12

Solución: A

Supongamos que los números que pensó el profesor son $a < b < c$. Luego, la suma de los tres números anotados debe contener dos veces cada uno de los números que pensó, es decir, $2(a + b + c) = 66 + 72 + 78 = 216$, de donde se deduce que la suma de los tres números es 108. Con ello, los números que pensó el profesor Labarca son $108 - 66 = 42$, $108 - 72 = 36$, y $108 - 78 = 30$. Con ello, el del medio es 36.

Pregunta de desarrollo

Fernanda tiene una caja con timbres, de distintos diseños. Ella los utiliza para llenar tarjetas, utilizando los timbres de manera consecutiva. Por ejemplo, con los timbres $\square, \triangle, \circ, \diamond$, algunas maneras posibles de llenar una tarjeta son



El largo de una tarjeta es la cantidad de símbolos marcados en ella. En los ejemplos de arriba, los largos son 1, 1, 2, 3 y 5, respectivamente.

Es importante destacar que, a menos que se diga explícitamente lo contrario, está permitido utilizar los timbres más de una vez.

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

D1. Fernanda quiere armar tarjetas de largo 2 utilizando los timbres ♡, ◇, ♠ y ♣. ¿Cuántas tarjetas distintas puede armar? (2p)

Solución: 16

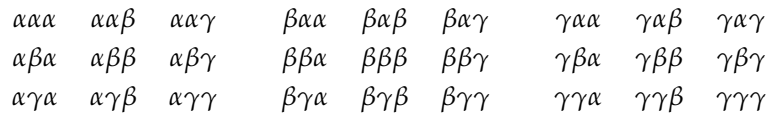
Para armar una tarjeta de largo 2, debe escoger el primer timbre (de 4 maneras posibles) y el segundo timbre (de 4 maneras posibles). Esto da $4 \cdot 4 = 16$ tarjetas distintas, como se muestra a continuación.



D2. Fernanda quiere armar tarjetas de largo 3 utilizando los timbres α, β y γ . ¿Cuántas tarjetas distintas puede armar? (3p)

Solución: 27

Para armar una tarjeta de largo 3, Fernanda debe escoger el primer timbre (de 3 maneras distintas), el segundo (de 3 maneras distintas), y el tercero (de 3 maneras distintas). Esto da $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ tarjetas distintas, como se muestra a continuación.



D3. Fernanda quiere armar tarjetas de largo 3 utilizando los timbres □, △, ○ y ◇, sin repetir. ¿Cuántas tarjetas distintas puede armar? (3p).

Solución: 24

Fernanda tiene que 4 maneras de escoger el primer timbre, 3 para el segundo (sin utilizar el de la primera posición), y 2 para el tercero (sin utilizar los de las dos posiciones anteriores). Esto da $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ tarjetas distintas, como se muestra a continuación.

