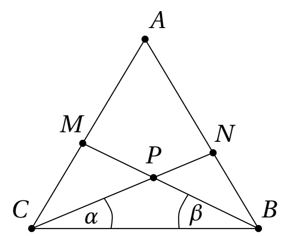
Nivel Menor (Soluciones)

Primera fecha

22 de noviembre 2025

La cisterna

Problema 1. *En la figura tenemos que* $AC = AB$ *y* $\angle\alpha = \angle\beta$.



Pruebe que $MP = PN$ *y* $AM = AN$.

Solución.

Primero, notemos que al ocurrir $AC = AB$ por hipótesis, se tiene que $\angle ACB = \angle ABC$. Por tanto, $\triangle ABC$ es isósceles.

Luego, del hecho que $\angle\alpha = \angle\beta$. por enunciado, tenemos que $\triangle CPB$ es isósceles. En particular $PC = PB$. Esto es importante porque a continuación mostraremos que $\triangle CMP \cong \triangle BNP$.

Para lo anterior, notemos que $\angle MCP = \angle NBP$, porque $\alpha + \angle MCP = \beta + \angle NBP$ y $\alpha = \beta$. Similarmente, $\angle MPC = \angle NPB$ por ser opuestos por el vértice P.

Así, tenemos que $\triangle CMP \cong \triangle BNP$ por criterio de congruencia ángulo-lado-ángulo y tenemos $MP = PN$.

Similarmente, ahora mostraremos que $\triangle CNA \cong \triangle BMA$. Por lo anterior tenemos que $NC = NP + PC = MP + PC = MP + PB = MP$.

Así, tenemos que $\triangle CNA \cong \triangle BMA$ por criterio de congruencia lado-ángulo-lado y obtenemos que $AM = AN$.

■

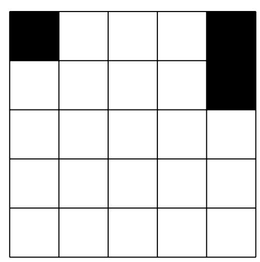
Problema 2. *Bruno desea ubicar los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 en los vértices de un cubo, sin repetir. Cada arista del cubo tiene el valor de la suma de los números en sus extremos. ¿Cómo se pueden poner los números de modo tal que todas las aristas tengan valores que sean números primos?*

Solución.

Notemos que el 6 sólo puede tener como vecinos al 1, al 5 y al 7, pues son los únicos números de la lista con los que sumados resulta un número primo. Del mismo modo, los vecinos del 7 son el 0, el 4 y el 6. Como el 0 y el 1 no pueden ser vecinos, se debe tener que el 0 es vecino del 5 y que el 4 es vecino del 1. Sólo resta ubicar al 2 y al 3, por inspección se tiene que el 3 debe ser vecino del 3 y el 4, en tanto que el 2 debe ser vecino del 5 y del 1.

■

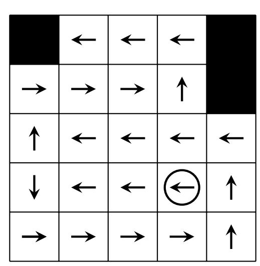
Problema 3. *A Santiago le gusta tener el piso de su habitación perfectamente encerado, tanto así que cada vez que avanza en una dirección se resbala hasta que choque con un mueble o con la pared. Esto detiene su movimiento y a partir de ahí decide en qué dirección moverse. La habitación de Santiago es la que se ve en la figura, donde los sectores oscuros representan a los muebles.*



A pesar de que el piso ya está brillante y resbaloso, Santiago quiere volver a encerarlo. Pero no quiere trabajar de más, así que desea pasar exactamente una vez por cada casilla de la figura usando la resbalosidad de su piso. Si Santiago puede partir desde cualquier lugar de su habitación, ¿existe una ruta que logre su objetivo?

Solución.

Es posible recorrer todo partiendo desde el circulo y siguiendo las fechas mostradas a continuación.



■