Torneo El Número de Oro 2017
Segunda fecha - 14 de Octubre

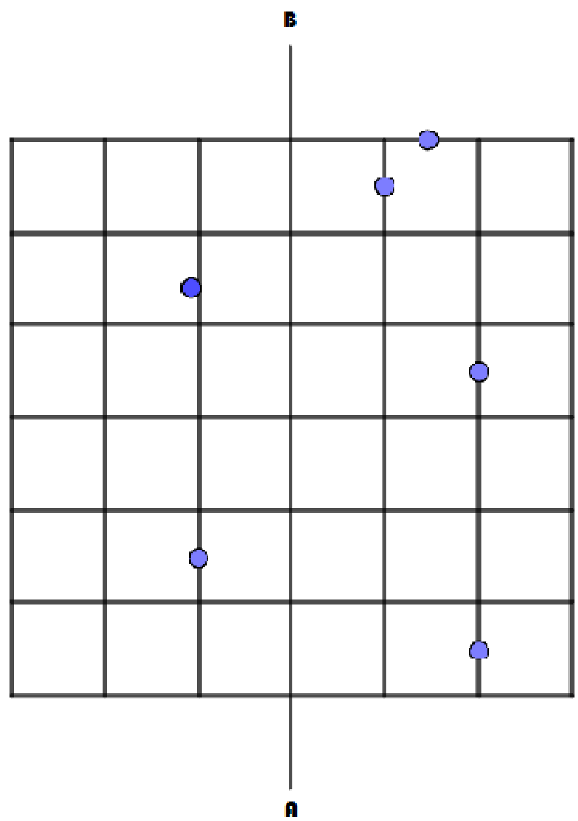
Equipo Académico

Nivel Menor

$\boxed{1}$ Un niño recorta un cuadrado de 3 días por 3 días de una página de un calendario.

Si 13 divide a la suma de los 9 días. ¿cual es el día de la esquina inferior izquierda de cuadrado?

$\boxed{2}$ Una hormiga hambrienta camina desde el punto A hasta el punto B por el borde de un cuadriculado. La hormiga puede moverse hacia arriba, hacia la izquierda y hacia adelante, pero no puede ir hacia abajo ni retroceder. En algunos de los bordes del cuadriculado hay cubos de azúcar. La hormiga necesita comer 3 cubos de azúcar (pasando por ellos) para quedar satisfecha. ¿De cuántas formas puede hacerlo?



$\boxed{3}$ En un partido político hay 2000 inscritos.

A una reunión asisten el 12,1212 . . . % que son mujeres y el 23,423423 . . . % que son hombres del grupo más radical.

¿Cuántos inscritos faltaron a la reunión?

Torneo El Número de Oro 2017
Segunda fecha - 14 de Octubre

Equipo Académico

Soluciones

P1.- Digamos que b es el número superior central del cuadrado de 3x3. Luego, los otros números quedan distribuidos de la siguiente forma:

b - 1	b	b + 1
b + 6	b + 7	b + 8
b + 13	b + 14	b + 15

Luego, realizando la suma, se tiene que $9b + 63$ es divisible por 13. Escribiendo 63 como $4 \cdot 13 + 11$, se tiene que 13 divide a $9b + 11$. La solución más pequeña de b que cumple esto es 6. El siguiente valor de b que cumple con la condición es 19, pero 33 no es un día del calendario de un mes, por lo que no puede ser solución.

Como se busca la esquina inferior izquierda, la solución es b + 13 = 19.

P2.- Notar que la hormiga no puede tomar los 2 cubos de azúcar superiores simultaneamente (ya que no podría llegar a la salida sin devolverse). Luego, se separa en 3 casos:

- La hormiga toma el cubo en la línea horizontal superior. Tiene que elegir 2 cubos de azúcar entre los 4 que quedan, lo que se hace de $\binom{4}{2}$ formas. En estos cubos la subida es única. En los 2 cubos que no se toman, hay 6 formas de subir, lo que da 6^2 opciones (por principio multiplicativo). En la línea en la que no hay cubos, hay 7 formas de subir. Además, solo hay 2 formas de subir si se quiere tomar el cubo en la línea horizontal superior. Luego, por principio multiplicativo en este caso se tienen $\binom{4}{2} \cdot 6^2 \cdot 2 \cdot 7 = 6048$ formas.

- La hormiga toma el otro cubo. Nuevamente, tiene que elegir 2 cubos de azúcar entre los 4 que quedan, lo que se hace de $\binom{4}{2}$ formas. En estos cubos la subida es única. En los otros cubos se puede subir de 6 formas, lo que da 6^2 opciones. En la línea en la que no hay cubos, se puede subir de 7 formas. En total, se puede hacer de $\binom{4}{2} \cdot 6^2 \cdot 7 = 3024$ formas.

- La hormiga no toma ninguno de esos 2 cubos. Tiene $\binom{4}{3}$ formas de elegir los cubos, en los cuales la subida es única. En el cubo que no se toma se puede subir de 6 formas. En la línea en la que no hay cubos se puede subir de 7 formas, y como no se toma ninguno de los 2 cubos superiores, en esa línea se puede subir de 4 formas. En total hay $\binom{4}{3} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 672$ formas

Por el Principio de la adición se concluye que la hormiga puede subir de $6048 + 3024 + 672 = 9744$ formas.

P3.- Sea x la cantidad de asistentes. Además, notar que en los porcentajes no hay intersecciones (ya que un porcentaje es de mujeres y el otro es de hombres).

Como el 12,121212... de los asistentes sean mujeres, quiere decir que $\frac{(12+\frac{12}{99})x}{100}$ personas son mujeres. Luego, $\frac{12x}{99}$ debe ser un número natural (no puede haber una fracción de persona). Simplificando, se llega a que $\frac{4x}{33}$ es un número natural, lo que implica que 33 divide a x.

Análogamente, usando el otro porcentaje se llega a que 111 divide a x.

Como 33 divide a x y 111 divide a x, su mínimo común múltiplo divide a x. Por lo tanto, 1221 divide a x. Como además x debe ser menor o igual a 2000, esto implica que 1221 personas fueron a la reunión.

Por lo tanto, faltaron 779 personas.